Ex1) soit finalement $\text{div}\,\vec{J}_n + \dfrac{\partial n_v(\vec r,t)}{\partial t} = \sigma_n$ bilan local.

1) Régime stationnaire $\dfrac{\partial n_v(\vec r,t)}{\partial t} = 0$ soit $\text{div}\,\vec{J}_n = \sigma_n$

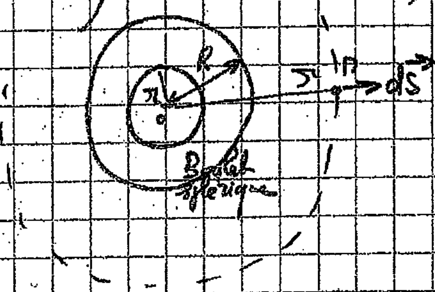
\+ relation phénoménologique de Fick $\vec{J}_n(\vec r,t) = -D\,\overrightarrow{\text{grad}}\,n_v(\vec r,t)$

$$\text{div}\left(\vec{J}_n(\vec r,t)\right) = \text{div}\left(-D\,\overrightarrow{\text{grad}}\,n_v(\vec r,t)\right) = -D\,\underbrace{\text{div}\,\overrightarrow{\text{grad}}}_{\Delta}\,n_v(\vec r,t)$$

$$= -D\,\Delta n_v(\vec r,t) \quad \text{Laplacien}$$

ou $\Delta n_v(\vec r,t) = -\dfrac{\sigma_n}{D}$ (analogue de l'équation de Poisson $\Delta V = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_0}$)

2) Réacteur en régime stationnaire $\Leftrightarrow \dfrac{\partial n_v(\vec r,t)}{\partial t} = 0$



$\text{div}\,\vec{J}_n = \sigma_n$ forme locale

$$\iiint_V \text{div}\,\vec{J}_n\,dV = \iiint_V \sigma_n\,dV$$

$$= \oint \vec{J}_n \cdot d\vec{S} \quad \text{"Ostrogradski"}$$

Ts les plans contenant O et M sont plans de symétrie pour la distribution de source

$\Leftrightarrow \vec{J}_n(r)$ radial $\Leftrightarrow \vec{J}_n(r) = J_n(r)\,\vec{e}_r$

2 cas à distinguer : $r<R$ et $r>R$ à appliquer dans $\oint \vec{J}_n\,d\vec{S} = \iiint \sigma_n\,dV$; σ_n est

- $r<R$ $\quad J_n(r)\,\cancel{4\pi} r^{\cancel{2}} = \sigma_n \dfrac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} r^{\cancel{3}} \Leftrightarrow \vec{J}_n(r) = \dfrac{\sigma_n}{3} r\,\vec{e}_r$ "Th de Gauss"
- $r>R$ $\quad J_n(r)\,\cancel{4\pi} r^2 = \sigma_n \dfrac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} R^3 \Leftrightarrow \vec{J}_n(r) = \dfrac{\sigma_n}{3}\dfrac{R^3}{r^2}\,\vec{e}_r$

En supposant valide la loi de Fick $\vec{J}_n(r) = -D\dfrac{\partial n_v}{\partial r}\,\vec{e}_r$, on obtient :

- $r<R$ $\quad -D\dfrac{\partial n_v}{\partial r} = \dfrac{\sigma_n}{3} r$

$$\Leftrightarrow \partial n_v = -\frac{\sigma_n}{3D} r\,\partial r \Rightarrow n_v(r) = -\frac{\sigma_n}{6D} r^2 + A$$

- $r>R$ $\quad -D\dfrac{\partial n_v}{\partial r} = \dfrac{\sigma_n}{3}\dfrac{R^3}{r^2}$

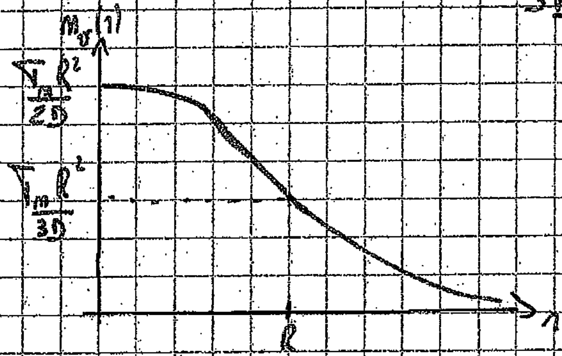
$$\Leftrightarrow \partial n_v = -\frac{\sigma_n R^3}{3D}\frac{1}{r^2}\,\partial r \Rightarrow n_v(r) = \frac{\sigma_n}{3D} R^3 \frac{1}{r} + B$$

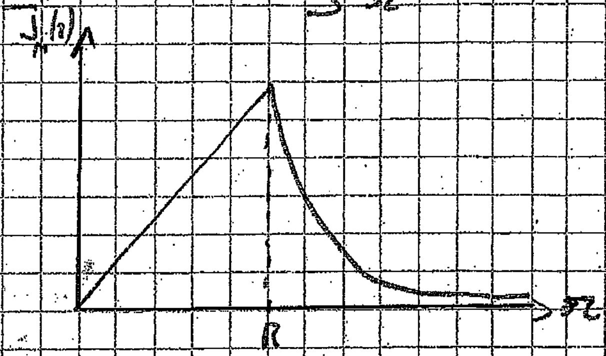
cdt : $r \to \infty \quad n_v(r) \to 0 \Rightarrow B = 0$

$$-\frac{\nabla_m}{6D}R^2 + A = \frac{\nabla_m}{3D}\frac{R^3}{R} \Leftrightarrow A = \frac{\nabla_m R^2}{2D}$$

En résumé : • $r < R$ $\quad n_v(r) = \frac{\nabla_m}{2D}\left(R^2 - \frac{r^2}{3}\right)$ et $J_n(r) = \frac{\nabla_m}{3} r$

• $r > R$ $\quad n_v(r) = \frac{\nabla_m}{3D}\frac{R^3}{r}$ et $J_n(r) = \frac{\nabla_m}{3}\frac{R^3}{r^2}$





Ex2

1. Utilisons la loi de Fourier : $I_u(W) = -\lambda S \frac{dT}{dx}$ où $\frac{dT}{dx} = \frac{T_2 - T_1}{L}$

$$\boxed{I_u(W) = \lambda S \frac{T_1 - T_2}{L}}$$

2. Calculons la puissance P nécessaire pour faire fondre la masse m de glace :

$P(W) = \frac{mE}{t_1} = 122{,}7W$

On obtient alors avec la relation de la question précédente : $\lambda = 390{,}5\ W.m^{-1}.K^{-1}$.